

**ANALISIS PENYELESAIAN MASALAH TRANSPORTASI UNTUK  
MENENTUKAN SOLUSI OPTIMAL MELALUI PENDEKATAN *MINIMUM*  
*SPANNING TREE* (MST) DENGAN ALGORITMA KRUSKAL DAN PRIM**

Fitriani Hasibuan<sup>1</sup>, Roma Suganda Batu Bara<sup>2\*</sup>, Almira Amir<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup>Universitas Islam Negeri Syekh Ali Hasan Ahmad Addary Padangsidempuan

<sup>1</sup>[fitrianihasibuan049@gmail.com](mailto:fitrianihasibuan049@gmail.com), <sup>2</sup>[sirroma4@gmail.com](mailto:sirroma4@gmail.com),

<sup>3</sup>[almiraamir@uinsyahada.ac.id](mailto:almiraamir@uinsyahada.ac.id)

*Corresponding author\**

**ABSTRACT**

*This study aims to solve transportation problems by applying the Minimum Spanning Tree (MST) approach using two primary algorithms, namely Kruskal's algorithm and Prim's algorithm, to obtain an optimal solution. Both algorithms are part of graph theory and are used to determine the minimum spanning structure of a connected network. The Kruskal algorithm begins by sorting the edge weights in ascending order and then selecting the smallest edges sequentially until all vertices are connected without forming a cycle. In contrast, Prim's algorithm starts by selecting an arbitrary initial vertex and then repeatedly adding the edge with the smallest cost that connects a new vertex to the growing tree. In the context of transportation problems, both algorithms are employed to minimize the total distribution cost based on the relationship between supply sources and demand destinations. The results of the study indicate that the MST approach using Prim's algorithm performs more efficiently than Kruskal's algorithm in terms of achieving a lower optimal solution value and requiring fewer iterations. Therefore, Prim's algorithm can be recommended as a more effective method for optimizing transportation problems based on tree graph structures*

**Keywords:** *Minimum Spanning Tree (MST), Tree Graph, Optimal Solution, Prim's algorithm, Kruskal's algorithm*

**ABSTRAK**

Penelitian ini bertujuan untuk menyelesaikan masalah transportasi dengan menerapkan pendekatan *Minimum Spanning Tree* (MST) menggunakan dua algoritma utama, yaitu algoritma Kruskal dan algoritma Prim, guna memperoleh solusi yang optimal. Kedua algoritma tersebut merupakan bagian dari teori graf yang berfungsi untuk menentukan struktur pohon merentang minimum pada suatu jaringan terhubung. Prosedur algoritma Kruskal diawali dengan pengurutan biaya dari nilai terkecil hingga terbesar, kemudian dipilih sisi dengan bobot terendah secara bertahap hingga seluruh simpul terhubung tanpa membentuk siklus. Sementara itu, algoritma Prim dimulai dengan pemilihan titik awal secara acak, kemudian menambahkan sisi dengan biaya minimum yang menghubungkan simpul baru ke pohon yang telah terbentuk. Dalam konteks masalah transportasi, kedua algoritma ini digunakan untuk meminimalkan total biaya distribusi berdasarkan hubungan antara sumber persediaan dan titik permintaan. Hasil penelitian

menunjukkan bahwa pendekatan MST dengan algoritma Prim memberikan hasil yang lebih efisien dibandingkan algoritma Kruskal, ditinjau dari nilai solusi optimal dan jumlah iterasi yang lebih kecil. Dengan demikian, algoritma Prim dapat direkomendasikan sebagai metode yang lebih efektif dalam optimasi masalah transportasi berbasis graf pohon.

**Kata Kunci:** *Minimum Spanning Tree (MST)*, Graf Pohon, Solusi Optimal, Algoritma Kruskal, Algoritma Prim

## **A. Pendahuluan**

Permasalahan jaringan kerja (*network problems*) muncul dalam berbagai konteks perencanaan dan penerapan di beragam bidang. Jaringan transportasi, listrik, serta komunikasi merupakan contoh nyata yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Secara khusus, permasalahan transportasi digunakan untuk mengatur distribusi sejumlah produk dari beberapa sumber (*supply points*) ke berbagai tujuan (*demand points*) secara optimal dengan biaya transportasi yang minimal. Model transportasi tersebut dapat direpresentasikan dalam bentuk jaringan yang terdiri atas  $m$  sumber dan  $n$  tujuan, di mana setiap sumber dan tujuan diwakili oleh simpul (*node*). Sementara itu, busur (*arc*) yang menghubungkan simpul-simpul tersebut melambangkan rute distribusi atau pengiriman barang. Dengan demikian, permasalahan transportasi memiliki keterkaitan yang erat dengan proses pengukuran dan perhitungan,

baik dari segi biaya maupun jarak tempuh dalam sistem distribusi.

Permasalahan dalam jaringan kerja (*network problems*) secara umum mencakup tiga kategori utama, yaitu permasalahan rute terpendek (*shortest path problem*), permasalahan pohon merentang minimum (*Minimum Spanning Tree problem*), dan permasalahan aliran maksimum (*maximum flow problem*). Permasalahan rute terpendek bertujuan untuk menentukan lintasan dengan bobot total minimum antara dua simpul dalam suatu jaringan. Bobot tersebut dapat merepresentasikan berbagai parameter, seperti biaya transportasi, waktu tempuh, atau jarak antar titik yang dihubungkan melalui rute tertentu. Sementara itu, permasalahan *Minimum Spanning Tree (MST)* merupakan bentuk variasi dari permasalahan rute terpendek dengan perbedaan pada tujuan pencarian lintasan. Dalam MST, fokus analisis terletak pada penentuan

himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan seluruh simpul (*nodes*) dalam jaringan tanpa membentuk siklus, sehingga diperoleh total panjang atau bobot sisi yang bersifat minimum.

Permasalahan transportasi memiliki keterkaitan yang erat dengan sistem produksi karena berhubungan langsung dengan proses pendistribusian barang dari sumber produksi menuju titik permintaan [2],[3]. Dalam konteks optimasi jaringan, konsep *Minimum Spanning Tree* (MST) memberikan sejumlah penerapan praktis yang penting, salah satunya adalah menentukan jalur transportasi yang harus disediakan untuk melayani seluruh lokasi dengan total biaya minimum [1]. Melalui MST, sistem distribusi dapat dirancang sedemikian rupa sehingga seluruh titik tujuan terhubung secara efisien tanpa pemborosan rute dan tanpa membentuk siklus. Oleh karena itu, permasalahan transportasi dapat dikaitkan dengan pendekatan MST karena keduanya memiliki orientasi yang sama, yaitu meminimalkan biaya dalam jaringan. Penerapan MST sangat relevan bagi perusahaan yang mendistribusikan produk secara langsung kepada konsumen, terutama

pada sistem distribusi yang tidak melibatkan agen atau distributor tambahan, sehingga perusahaan dapat menentukan rute pengiriman yang paling hemat biaya dan efektif.

## **B. Metode Penelitian**

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi literatur (*literature review*), yaitu dengan menelaah dan mensintesis berbagai sumber ilmiah yang relevan terkait penyelesaian masalah transportasi menggunakan *Minimum Spanning Tree* (MST) melalui algoritma Kruskal dan Prim. Metode ini dipilih karena penelitian berfokus pada analisis konseptual serta perbandingan hasil dari penelitian terdahulu tanpa melakukan eksperimen langsung terhadap data primer. Seluruh data pada penelitian ini berasal dari literatur sekunder, seperti jurnal nasional dan internasional, buku teori graf, serta artikel ilmiah yang membahas MST, optimasi jaringan, permasalahan transportasi, dan penerapan algoritma Kruskal maupun Prim.

Pengumpulan data dilakukan dengan menelusuri artikel menggunakan kata kunci seperti "*Minimum Spanning Tree*", "Kruskal Algorithm", "Prim Algorithm",

“*Transportation Problem*”, dan “*Network Optimization*” melalui platform *Google Scholar*, *Scopus*, *SINTA*, *ResearchGate*, dan repositori akademik lainnya. Artikel yang dipilih harus memenuhi kriteria inklusi, yaitu terbit dalam rentang tahun 2010–2024, membahas MST atau algoritma Kruskal dan Prim, serta memuat analisis atau hasil yang dapat dibandingkan. Sementara itu, artikel yang tidak menyajikan metode yang jelas atau tidak relevan dengan konteks MST dikeluarkan dari proses kajian.

Artikel yang lolos seleksi kemudian dianalisis menggunakan teknik analisis isi (*content analysis*) dan analisis komparatif. Proses analisis mencakup identifikasi konsep dasar, prosedur algoritmik, jenis data yang digunakan, hasil komputasi, serta kelebihan dan kekurangan masing-masing algoritma pada penelitian-penelitian sebelumnya. Temuan dari setiap artikel kemudian disintesis untuk memperoleh gambaran menyeluruh mengenai pola, kecenderungan, dan efektivitas algoritma Kruskal dan Prim dalam menyelesaikan permasalahan transportasi. Hasil sintesis ini menjadi dasar untuk menarik kesimpulan

mengenai algoritma yang paling optimal dan efisien dalam pendekatan MST untuk masalah transportasi.

### **C. Hasil Penelitian dan Pembahasan**

*Minimum Spanning Tree (MST)* merupakan salah satu model jaringan yang digunakan untuk menentukan hubungan antar titik dalam suatu graf sedemikian rupa sehingga seluruh titik dapat terhubung melalui jalur dengan total panjang atau biaya paling minimum. MST berperan penting dalam berbagai aplikasi optimasi jaringan karena struktur yang dihasilkan bersifat bebas siklus dan memanfaatkan bobot sisi terkecil secara efisien. Untuk menyelesaikan permasalahan MST, terdapat beberapa algoritma yang umum digunakan, di antaranya algoritma Kruskal dan algoritma Prim [1]. Dalam konteks komputasi, sebuah algoritma tidak hanya dituntut menghasilkan keluaran yang benar, tetapi juga harus mampu memberikan solusi yang optimal serta efisien dalam hal pemrosesan data. Oleh karena itu, pendekatan MST berupaya mendapatkan solusi terbaik yang nilainya mendekati atau sama dengan

solusi optimal melalui penerapan kedua algoritma tersebut.

Algoritma Kruskal merupakan salah satu metode populer dalam pembentukan pohon merentang minimum. Proses algoritma ini diawali dengan mengurutkan seluruh sisi dalam graf berdasarkan bobotnya dari yang terkecil hingga yang terbesar. Sisi-sisi yang telah diurutkan tersebut kemudian membentuk suatu hutan rentang (*spanning forest*), di mana setiap pohon dalam hutan tersebut pada awalnya hanya terdiri dari satu simpul. Selanjutnya, sisi dalam graf  $G$  ditambahkan ke dalam himpunan  $T$  selama penambahan tersebut tidak membentuk suatu siklus, sehingga struktur yang terbentuk tetap merupakan sebuah pohon. Proses pemilihan sisi dengan bobot minimum dan pengecekan pembentukan siklus terus dilakukan hingga diperoleh pohon merentang minimum yang menghubungkan seluruh simpul dalam graf.

Langkah-langkah algoritma kruskal dimulai dengan mengurutkan seluruh sisi dalam graf berdasarkan bobotnya dari nilai yang paling kecil dan terbesar, sementara himpunan  $T$  sebagai pohon rentang awal masih kosong. Setelah sisi-sisi tersebut

terurut, algoritma memilih sisi dengan bobot minimum yang tidak membentuk sirkuit ketika ditambahkan ke dalam  $T$ . Sisi ini kemudian dimasukkan ke dalam himpunan  $T$ . Proses pemilihan dan penambahan sisi dengan bobot minimum yang bebas siklus tersebut diulangi hingga diperoleh sebanyak  $n-1$  sisi, dengan  $n$  merupakan jumlah simpul dalam graf.

Dalam konteks penerapan Minimum *Spanning Tree* menggunakan algoritma Kruskal, langkah awal dilakukan dengan memasukkan seluruh titik sumber dan tujuan sebagai node dalam graf. Selanjutnya, seluruh edge diurutkan berdasarkan bobotnya dari yang paling kecil hingga terbesar. Edge dengan bobot terkecil kemudian dipilih selama tidak membentuk siklus; jika edge tersebut tidak menghasilkan sirkuit, maka edge dimasukkan ke dalam tree, namun jika membentuk sirkuit maka algoritma beralih ke edge berikutnya. Proses ini berlangsung secara berulang hingga jumlah edge yang terbentuk mencapai  $n-1$ , sehingga struktur pohon merentang minimum berhasil disusun secara sempurna.

Algoritma Prim merupakan salah satu metode yang digunakan

untuk membangun pohon merentang minimum pada graf terhubung berbobot. Prosesnya dilakukan dengan memilih sisi atau ruas garis yang memiliki bobot paling kecil dari graf, dengan ketentuan bahwa sisi tersebut harus terhubung langsung dengan pohon merentang yang telah terbentuk sebelumnya dan tidak menimbulkan siklus. Dengan demikian, algoritma Prim bekerja secara bertahap memperluas pohon dengan selalu menambahkan sisi berbiaya minimum yang menghubungkan simpul dalam pohon dengan simpul di luar pohon, hingga seluruh simpul dalam graf terhubung dalam suatu struktur pohon merentang minimum.

Langkah-langkah algoritma Prim dimulai dengan memilih satu simpul awal secara sembarang, misalnya simpul  $v_1 \in G$ , kemudian memasukkan simpul tersebut ke dalam graf  $T$  yang pada awalnya masih kosong. Setelah simpul awal ditentukan, algoritma menambahkan satu rusuk yang terhubung langsung dengan simpul  $v_1$  dan memiliki bobot paling kecil, misalnya  $e_1$ , sehingga graf  $T$  kini terdiri atas satu rusuk dan dua simpul yang merupakan titik ujung dari rusuk tersebut. Pada tahap

selanjutnya, algoritma memilih rusuk dari himpunan  $E(G)$  yang belum termasuk dalam  $E(T)$  dengan memenuhi dua ketentuan, yaitu rusuk tersebut harus menghubungkan salah satu simpul yang sudah ada dalam  $V(T)$  dengan simpul di luar  $T$ , serta memiliki bobot paling minimum di antara seluruh rusuk yang memenuhi syarat tersebut. Proses pemilihan dan penambahan rusuk berbiaya minimum ini terus diulangi hingga terbentuk sebanyak  $n - 1$  rusuk dalam  $E(T)$ , dengan  $n$  merupakan jumlah simpul pada graf  $G$ . Dengan demikian, proses iteratif tersebut menghasilkan sebuah pohon merentang minimum yang mencakup seluruh simpul dalam graf.

Dalam implementasi pendekatan Minimum Spanning Tree menggunakan algoritma Prim, langkah pertama dimulai dengan memasukkan seluruh node yang mewakili titik sumber dan tujuan. Selanjutnya, dipilih satu node secara acak sebagai titik awal. Dari node tersebut, semua edge yang belum dilewati dimasukkan ke dalam himpunan *active edge* selama edge tersebut tidak menyebabkan terbentuknya sirkuit atau siklus. Jika edge yang dipilih tidak membentuk sirkuit, maka edge tersebut dapat

dilanjutkan ke tahap berikutnya; sebaliknya, apabila edge membentuk sirkuit, maka algoritma akan melewati edge tersebut dan memilih edge lain yang memenuhi syarat. Setelah itu, dipilih node yang terhubung melalui edge dengan bobot paling kecil dari himpunan *active edge*, kemudian node tersebut beserta edgenya dimasukkan ke dalam tree. Proses ini terus berulang hingga seluruh simpul terhubung dan struktur pohon merentang minimum selesai terbentuk.

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari beberapa sumber jurnal internasional yang relevan dengan topik optimasi transportasi dan penerapan algoritma graf. Sumber pertama berasal dari *International Journal of Mathematics and Its Applications* melalui artikel berjudul “**Balance An Unbalanced Transportation Problem By A Heuristic Approach**” [8], yang membahas pendekatan heuristik dalam penyelesaian masalah transportasi tidak seimbang. Sumber kedua diambil dari *International Journal of Science and Research* dengan artikel berjudul “**An Approach for Solving**

**Transportation Problem Using Modified Kruskal’s Algorithm**” [9], yang membahas penerapan dan modifikasi algoritma Kruskal dalam menyelesaikan model transportasi. Selanjutnya, data juga diperoleh dari *Business and Management Research Journal* melalui artikel “**Modified VOGEL Method to Find Initial Basic Feasible Solution (IBFS) Introducing a New Methodology to Find Best IBFS**” [10], yang menjadi rujukan dalam menyusun model transportasi seimbang khususnya ketika jumlah sumber lebih banyak daripada jumlah tujuan. Sumber terakhir berasal dari *International Journal of Agricultural and Statistical Sciences* dengan artikel berjudul “**A Revised Version of ASM-Method for Solving Transportation Problem**” [11], yang mendiskusikan metode alternatif dalam menentukan solusi masalah transportasi.

Keterangan hasil analisis mencakup delapan kategori perhitungan yang diperoleh dari penerapan algoritma Kruskal dan algoritma Prim pada berbagai skenario transportasi, baik untuk kasus seimbang maupun tidak seimbang. Untuk kasus transportasi seimbang berukuran 3x5, dicatat jalur

edge yang terbentuk beserta total biaya yang dihasilkan oleh algoritma Kruskal maupun algoritma Prim. Hal yang sama dilakukan pada kasus transportasi seimbang berukuran 5x4, sehingga diperoleh perbandingan struktur jalur dan biaya dari kedua algoritma tersebut. Selain itu, analisis juga mencakup kasus transportasi tidak seimbang berukuran 3x4 dan 4x3, di mana masing-masing kasus dihitung menggunakan algoritma Kruskal dan algoritma Prim untuk melihat perbedaan biaya dan pola edge yang terbentuk. Seluruh informasi tersebut berfungsi untuk memberikan gambaran komprehensif mengenai performa kedua algoritma dalam menghasilkan solusi biaya minimum pada berbagai tipe model transportasi.

Metode yang digunakan untuk perhitungan manual pada kasus kedua, yaitu kasus transportasi seimbang dengan jumlah sumber lebih banyak dibandingkan jumlah tujuan, diperoleh dari *Business and Management Research Journal* melalui artikel berjudul “**Modified VOGEL Method to Find Initial Basic Feasible Solution (IBFS) Introducing a New Methodology to Find Best IBFS**” yang ditulis oleh Dr.

Muwaffaq Al Kubaisi [10]. Artikel tersebut menyediakan model transportasi dasar yang digunakan sebagai acuan dalam penyusunan tabel biaya serta struktur jaringan yang dianalisis pada penelitian ini. Model transportasi tersebut kemudian dijadikan dasar dalam membandingkan efektivitas algoritma Kruskal dan algoritma Prim melalui pendekatan Minimum Spanning Tree (MST) untuk menentukan solusi biaya minimum pada sistem distribusi.

Tabel 1. Data seimbang masalah transportasi kasus 2

Dari/Ke		Tujuan				Persediaan
		$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	
Sumber	$S_1$	9	9	5	7	200
	$S_2$	13	9	12	8	300
	$S_3$	4	15	7	9	200
	$S_4$	14	7	4	2	400
	$S_5$	3	7	3	1	400
Permintaan		500	600	100	300	1500

Setelah kedua metode, yakni pendekatan *Minimum Spanning Tree* (MST) menggunakan algoritma Kruskal dan algoritma Prim, diaplikasikan pada model permasalahan transportasi melalui perhitungan manual, langkah selanjutnya dilakukan dengan menguji hasil perhitungan tersebut menggunakan aplikasi TORA sebagai alat verifikasi. Pengujian ini bertujuan untuk memastikan bahwa solusi yang diperoleh secara manual konsisten



dengan solusi optimal yang dihasilkan perangkat lunak. Hasil perbandingan dari kedua algoritma tersebut, baik dari segi jalur edge yang terbentuk maupun total biaya transportasi, kemudian dirangkum dan disajikan dalam tabel berikut untuk memberikan gambaran yang lebih jelas mengenai performa masing-masing algoritma.

Tabel 2. Analisis Perhitungan Manual Studi Kasus 2 Data Seimbang

Kriteria	Masalah Transportasi	
	Algoritma Kruskal	Algoritma Prim
Solusi Optimal	9.200	7.800
Banyaknya Iterasi	8 Iterasi	8 Iterasi

#### D. Kesimpulan

Berdasarkan hasil perbandingan metode penyelesaian masalah transportasi menggunakan pendekatan Minimum Spanning Tree (MST) dengan algoritma Kruskal dan algoritma Prim, dapat disimpulkan bahwa algoritma Prim memberikan kinerja yang lebih optimal pada sebagian besar studi kasus yang dianalisis. Dari empat studi kasus yang diuji, tiga di antaranya menunjukkan bahwa algoritma Prim menghasilkan solusi dengan total biaya lebih minimum dibandingkan algoritma Kruskal, meskipun jumlah iterasi yang dilakukan kedua algoritma relatif sama. Verifikasi hasil perhitungan menggunakan perangkat lunak TORA semakin menegaskan

bahwa solusi yang diperoleh melalui algoritma Prim lebih mendekati solusi optimal. Sebaliknya, algoritma Kruskal cenderung menghasilkan solusi yang memiliki selisih lebih besar dari nilai optimal pada beberapa kasus. Dengan demikian, pendekatan MST menggunakan algoritma Prim dapat direkomendasikan sebagai metode yang lebih efektif untuk menentukan solusi optimal dalam penyelesaian masalah transportasi.

#### DAFTAR PUSTAKA

##### Buku :

- S. Johannes, Riset Operasi untuk pengambilan keputusan, Jakarta: Salemba empat, 1988.
- J. J. Siang, Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis, Yogyakarta: C.V Andi Offset, 2011.
- R. Munir, Matematika Diskrit edisi ketiga revisi keempat, Bandung, 2010.
- Erickson, Algorithms, USA: Department of Computer Science University of Illinois Urbana-Champaign, 2013.
- Y. S. Kusumah, Matematika Diskrit, Bandung: CV. Andira, 1998.
- J. J. Siang, Matematika Diskrit dan Aplikasinya Pada Ilmu Komputer, Yogyakarta: C.V Andi, 2002.

##### Jurnal :

- Akpan and Iwok, "A Minimum Spanning Tree Approach of Solving a Transportation Problem," *International Journal of Mathematics and Statistics*

- Invention (IJMSI)*, vol. 5, no. 3, pp. 08-17, 2020.
- N. Girmay and T. Shaima, "Balance An Unbalanced Transportation Problem By A Heuristic Approach," *International Journal of Mathematics and Its Applications (IJMAA)*, vol. 1, pp. 12-18, 2023.
- K. Aljanabi and A. Jasim, "An Approach for Solving Transportation Problem Using Modified Kruskal's Algorithm," *International Journal of Science and Research (JSR)*, vol. 4, no. 7, 2022.
- D. M. Alkubaisi, "Modified VOGEL Method to Find Initial Basic Feasible Solution (IBFS) Introduction a New Methodology to Find Best IBFS," *Business and Management Research*, vol. 4, no. 2, 2015.
- A. Quddos, S. Javaid and M. Khalid, "A Revised Version of ASM-Method For Solving Transportation Problem," *International Journal of Agricultural and Statistical Sciences*, vol. 12, pp. 267-272, 2024.